

你儂我儂

--平面陀螺--

設計者：大考中心顧問 蕭次融教授

「平面陀螺」在數年前，曾以「兩小無猜」的名稱，在「遠哲科學趣味競賽」比賽過。當時因其兩個小小的油粘土，轉動時一個隨一個的軌跡沿著圓圈團團轉，好似日月相隨，因而從「往事只能回味」的歌詞：「...兩小無猜，日月相隨...」中，取其名為兩小無猜。

這種平面陀螺轉動時，牽涉到幾個物理量，因此要控制變因使其穩定轉動，具有相當大的挑戰性，學生也因而頗感興趣。今年的競賽，在平面陀螺的兩臂末端各加了一個鞦韆，其對於轉動時發生的離心力顯得更為重要，而在成績的計算方面也加以改善，使得其記錄明確，可以留存，可以接受破記錄賽，更加強了比賽的競爭性。另外，本項活動的名稱，呼應了數年前的「兩小無猜」，而更名為更富有情意的「你儂我儂」" Believe Me Dear"，希望年輕朋友會更喜愛。

一、目的

以限定的材料，製作簡單的平面陀螺，探討物體轉動時的平衡，並以其轉動時的穩定性，比賽轉動速率，包含竹片鞦韆陀螺轉動的速率及疊羅漢的兩個陀螺反向轉動的速率與其穩定性。

二、原理

1. 轉動慣量
2. 離心力
3. 穩定轉動

原理說明：

「陀螺」是繞著一個軸而轉動的轉動體，這個軸可以稱為轉動軸或旋轉軸。假如一個陀螺的各個質點對轉動軸的分佈完全對稱，亦即轉動慣量（註 1）均勻，則陀螺的轉動比較容

易穩定。倘若陀螺的質點分佈不對稱，即使靜止時轉動軸能垂直的維持一個平衡，亦即整個陀螺的重心落在轉動軸上，但轉動起來各質點對轉動軸所形成的力矩，使得陀螺所具有的角動量（註 2）可能發生變化，則轉動軸便不能保持垂直轉動，而隨著轉動，轉動軸會搖晃，陀螺的轉動便越不穩定而搖晃，甚至從支點掉落。

本競賽所製作的陀螺雖然是二維的平面造型，但轉動起來，各質點的軌跡呈現以轉動軸為中心的同心圓。若轉動軸為 Z 軸，則全體質點的轉動，就像在 XY 面上的圓盤。要調整質量分配，使圓盤能穩定地在 XY 面上轉動並不容易，但很重要，尤其在轉速快的時候，更顯現其重要性。汽車換輪胎時，技師要將整個輪子平放在轉盤定位，在輪框補釘鉛片以平衡輪子，也是同樣要使轉動穩定的道理。

一個陀螺要能轉動得久，而且轉得快，除了與轉動軸的支點（瓶蓋上）的摩擦力要小之外，轉動時的空氣阻力也要小。

至於鞦韆陀螺，轉動的原理與上述者相同，但以細線綁住的重物，轉動時因離心力而向外伸張，多了一個影響轉動的因素，增大了穩定轉動的複雜性與挑戰性。

三、競賽方式

活動一 竹片鞦韆陀螺

■ 使用材料

大會提供：竹筷子、棉線、塑膠繩、油粘土。

自備：尺、剪刀、美工刀，寶特瓶（約 600mL 裝，瓶高不得高於 24cm），瓶蓋可以加工

使其有一凹處，以利承受陀螺的支柱。

■ 競賽說明

1. **競賽重點：**用大會所發給的材料，每一隊員於 30 分鐘內，每個人各自製作完成一個作品，每隊共製四個竹片鞦韆陀螺，如圖 1-1（規格如圖 1-2），並調整好準備競賽，比賽在有限時間內，陀螺的轉動圈數。

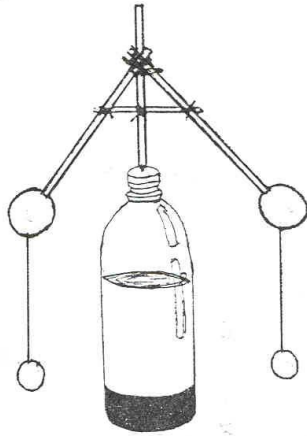


圖 1-1

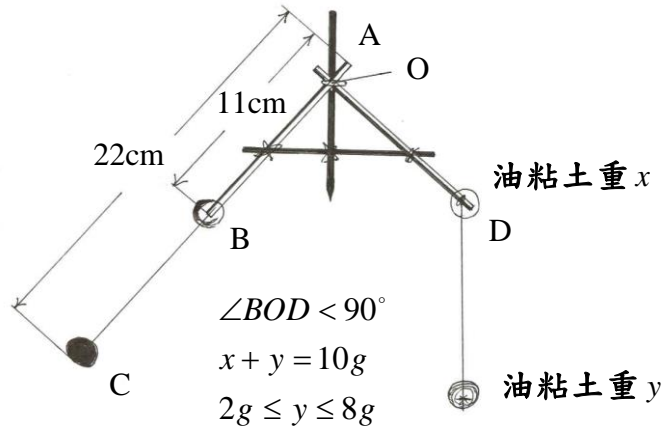


圖 1-2

2. **製作** 竹片鞦韆陀螺的製作，請參考附錄。

3. 競賽前的檢驗項目

- (1) $\angle BOD \leq 90^\circ$
- (2) $\overline{AC} \leq 22$ 公分（竹片的最頂端至油粘土的最末端）， $AB = 11 \pm 4$ 公分
- (3) 圖 1-2 整體重 < 21 克
- (4) 油粘土單邊重： $2 \text{ 克} \leq y \leq 8 \text{ 克}$

4. 競賽程序與規定

- (1) 參賽件數：從四個作品中，以抽籤的方式選取兩個比賽。
- (2) 時間：每個作品共有 3 次轉動陀螺的機會，而每一隊的兩位選手必須先後連續操作，每隊的時間總共 6 分鐘（包括抽籤選取兩個作品的時間）可進行比賽，時間一到就停止其轉動，而以喊停時的轉動圈數為成績。

- (3) 規定一：轉動穩定，手離開陀螺後，開始計時 20 秒，此時轉動的圈數不計。
- (4) 規定二：手離開陀螺後，轉動未達 20 秒鐘前，參賽者可以喊停，但視為一次失敗紀錄。參賽者可重新操作，但至多可喊停 2 次。
- (5) 規定三：手離開陀螺過了 20 秒後，即視為有效競賽，參賽者不得要求放棄。
- (6) 規定四：轉動計時 20 秒後，繼續再計時 40 秒，同時開始數陀螺的轉動圈數，比賽在此 40 秒鐘內的轉動圈數。

5.得點標準：

- (1) 開始數圈後，未達 40 秒前陀螺掉落者，則以掉落前已轉過的圈數為該次成績。
- (2) 已轉動兩次均成功者，取其中較佳的一次為成績；但若仍欲轉動第三次，則視同其願意放棄前兩次成功的記錄，而願以第三次的成績為成績（註：每項競賽均得轉動三次，但只允許兩次成功者，擇優記錄，亦即轉動成功三次者必須以其最後的第三次成績為成績）。
- 本項規定亦適用於活動二。
- (3) 兩位選手所得圈數之和為 K。

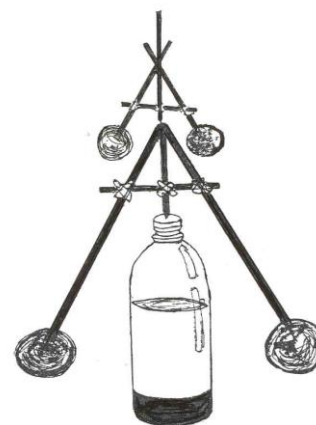
活動二 疊羅漢陀螺

■ 使用材料

自備：事先製作兩組作品如圖 1-3 帶來競賽場。

■ 競賽說明

- 競賽重點：**用各隊事先製作的兩組作品如圖 1-3，且規格符合圖 1-4、1-5 者。隊員四人以抽籤的方式分為甲乙丙丁，分別操作指定項目。比賽在有限的時間內，陀螺的轉動圈數。

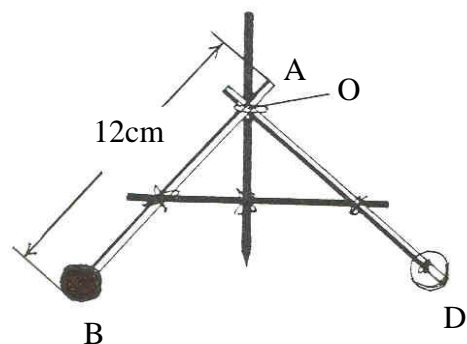


【圖 1-3 疊羅漢的陀螺】

2. 競賽前的檢驗項目

A. 竹片陀螺 (圖 1-4)

- (1) $\angle BOD \leq 90^\circ$
- (2) $\overline{AB} \leq 12$ 公分 (竹片的最頂端至油粘土的最末端)
- (3) 圖 1-4 整體重 < 22 克
- (4) 除了轉動軸, 陀螺架構必須全是竹片, 但轉動軸可用鉛筆或原子筆, 或用竹筷子削成的竹片連接原子筆的筆芯部分 (製作請參考附錄)。

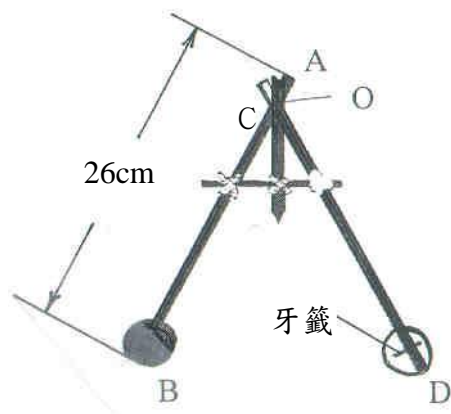


【圖 1-4 竹片陀螺】

片, 但轉動軸可用鉛筆或原子筆, 或用竹筷子削成的竹片連接原子筆的筆芯部分 (製作請參考附錄)。

B. 羅漢陀螺 (圖 1-5)

- (1) $\angle BOD \leq 90^\circ$
- (2) $\overline{AB} \leq 26$ 公分 (竹片的最頂端至油粘土的最末端)
- (3) 圖 1-5 整體重 ≤ 68 克
- (4) 轉動軸可用竹筷、鉛筆、原子筆, 或只用其筆芯部分接於竹筷 (請參考附錄), 其餘均應由竹筷製作, 而且成片狀。兩臂 AB 與 CD 可用捆綁的方式或打筍 (榫) 相接以加長, 而轉動軸的頂端可以有凹處, 以便承受竹片陀螺。圖 1-5 除了支點的筆芯以外, 其他的部分不能有金屬的材料。



【圖 1-5 羅漢陀螺】

3. 競賽程序與規定

- (1) 分組：一隊四人, 以抽籤方式將四名隊員分為甲乙丙丁 (抽籤決定, 隊員不得互換), 甲與乙為一小組、操作同一個作品, 丙與丁為另一小組、操作另一個作品, 各自操作指定項目。

- (2) 時間：每組作品，分「羅漢陀螺」（位於下方的陀螺）與「竹片陀螺」（位於上方的陀螺），上下各有 3 次轉動陀螺的機會，同一小組共有 6 分鐘可進行比賽，時間一到即停止其轉動，而以喊停時的轉動圈數為成績。
- (3) 先由甲與丙分別操作「疊羅漢陀螺」：甲與丙分別各自操作各組的疊羅漢陀螺，使兩個相疊的陀螺反向轉動，比賽羅漢陀螺（下方的陀螺）的轉動圈數得成績 M。
- (4) 再由乙與丁分別操作「疊羅漢陀螺」：甲與丙操作之後，接著乙與丁也要分別各自操作「疊羅漢陀螺」，使兩個相疊的陀螺反向轉動，但這一次要比賽的是竹片陀螺（上面的陀螺）的轉動圈數得成績 N。乙與丁在比賽之前，得重新調整各陀螺的角度($\angle BOD$)等。
- (5) 規定一：兩個陀螺必須相疊，而且以相反的方向轉動。兩個陀螺未反向轉動，視為失敗一次。
- (6) 規定二：轉動穩定，手離開陀螺後，開始計時 20 秒，此時轉動的圈數不計。
- (7) 規定三：手離開陀螺後，轉動未達 20 秒鐘前，參賽者可以喊停，但視為一次失敗紀錄。參賽者可重新操作，但至多可喊停 2 次。
- (8) 規定四：手離開陀螺過了 20 秒後，即視為有效競賽，參賽者不得要求放棄。
- (9) 規定五：轉動計時 20 秒後，繼續再計時 40 秒，同時開始數羅漢陀螺（下方的陀螺）或竹片陀螺（上方的陀螺）的轉動圈數，比賽在 40 秒鐘內的轉動圈數。

4.得點標準：

- (1) 開始數圈後，未達 40 秒前陀螺掉落者，則以掉落前已轉過的圈數為該次成績。
- (2) 甲與丙所得圈數之和為 M。
- (3) 乙與丁所得圈數之和為 N。

活動三：創意陀螺疊羅漢

此項活動單獨計算成績，各隊自由參加，成績另計，無關於活動一與活動二。陀螺的形狀與材料均不受限（可以使用黏著劑、膠帶、綿、鐵絲等），但陀螺的主體限以筷子與鉛筆或原子筆（或筆芯）製作，只可用油粘土加重。

四、器材

器材準備	品名	規格	數量	備註
大會提供各隊	竹筷	長約 22 公分	2 雙	
	棉線	一般縫衣線	1 條 2 公尺	
	塑膠繩	市面綁生日蛋糕的線	1 條 30 公分	
	油粘土	10 克	8 個	
自備	長尺	30 公分	2 支	
	美工刀	不限	4 支	
	剪刀	不限	2 支	
	寶特瓶	約 600mL	4 個	瓶蓋可以加工，但不可增添物品
	疊羅漢陀螺成品	請詳見內文活動二	2 組	

五、時間

製作時間 (含說明及領取材料) : 30 分鐘

評審時間 : 40 分鐘

六、評分方式

1. 活動一的兩個成績和 (K) , 與活動二的兩組成績 (M 與 N) , 依下列式子相加後得總成績 Z :

$$Z = K + 3 M + N$$

2. 依 Z 的高低排序後, 再以六等第計分法 (見表一) 計分與名次。得分最高的隊伍頒發單項競賽優勝獎 (若得分相同時以活動二的成績高者獲得, 若成績再相同時以抽籤決定) 。

表一：六等第計分法

名次	一	二	三	四	五	六
隊數	1	3	6	10	15	其餘
得分	30	21	15	12	9	6

3. 活動三的評分方式, 依整體創意 50%、功能 30%、美觀 20%, 分別評分後加總。得分最高的隊伍, 頒發創意獎。此項評分獨立計算, 不列入總成績內。

七、給競賽者的建議

1. 本項競賽要得好成績, 重點在於羅漢陀螺的轉動, 因其成績 M 在加總時, 乘了權數 3。
2. 各項操作均要熟練, 了解自己的實力, 因每項操作均規定: 「轉動兩次均成功者, 取其較佳的一次成績, 而若欲轉動第三次時, 則視同其願意放棄前兩次成功的記錄, 而願以第三次的成績為成績」。因此, 已轉動成功兩次者, 是否再試第三次, 競賽者必須慎重考慮。

3. 在活動二，甲與丙操作之後，乙與丁一定要好好地調整上下兩個陀螺的角度。一般地說，陀螺角度大，轉動慣量較大，可以轉得較久但較慢。陀螺轉得較慢，則較穩，尤其在疊羅漢陀螺，要其上下兩個陀螺反向穩定轉動並不容易。
4. 活動二隊員的甲乙丙丁係在現場以抽籤決定，而且各自應操作的項目是指定的，隊員不能自選或互換角色，因此應在賽前以各種不同的組合，勤加演練。

八、給評審的建議

1. 比賽前必須依「檢驗項目」逐項檢驗作品。
2. 陀螺的大小與形狀，均直接與事先在紙上繪好的陀螺比一比即可。
3. 稱重時：
 - (1) 鞦韆竹片陀螺要稱整個作品的重量等於或小於 21 克，而油粘土的重量只稱一個 y 的重量在 $2g \leq y \leq 8g$ 即可。
 - (2) 疊羅漢的陀螺要分別稱作品的整體重：竹片陀螺 ≤ 22 克，而羅漢陀螺 ≤ 68 克即可。
4. 因轉動慣量與轉動速率均與陀螺的角度($\angle BOD$)大小，與轉軸的高低有關，因此在活動二，甲與丙操作之後，乙與丁分別接手後，均得適當調整陀螺。
5. 數轉動圈數時，必須數出聲音。為了數轉動的圈數方便，保特瓶放在白紙上，而白紙上做一記號，作為數轉動圈數時的起點。最後時限到時，轉過了起點，就算為一圈。

九、附錄 (摘自「發現」月刊)

(一) 竹片鞦韆陀螺的製作——轉動平衡 (兩小無猜)

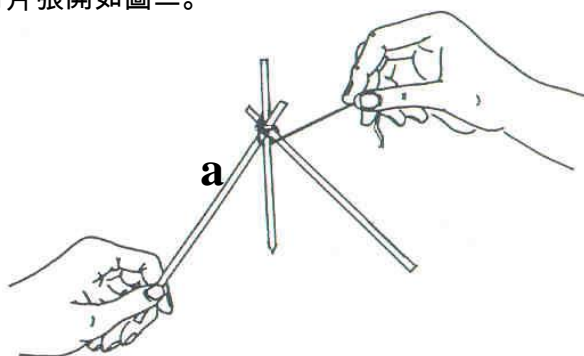


- **目的** 用竹片製作陀螺，探討靜平衡與轉動平衡，以及影響轉動的因子。
- **器材** 竹筷子、美工刀、剪刀、細線 (或塑膠繩、綑綁東西用的)、油粘土
- **步驟**

1. 取一枝筷子，用小刀剝成薄片。一枝筷子可剝成約 4 ~ 7 片。
2. 每一薄片，再用小刀，割成兩長條。
3. 每一長條，用剪刀剪成兩段，剪兩條可得四段小竹片。
4. 取一段小竹片當作支柱，用剪刀將其一端剪成尖尖的，以便當作轉動時的支點。
5. 另取兩段小竹片，當作兩股，放在支柱的上下，支柱比兩股突出。
6. 用線先綁三圈如圖一，再將三段小竹片張開如圖二。



圖一

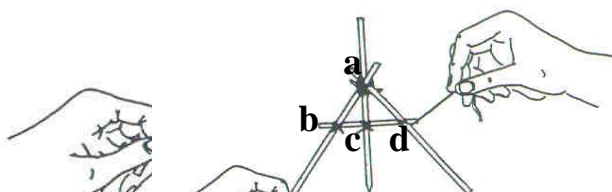


圖二

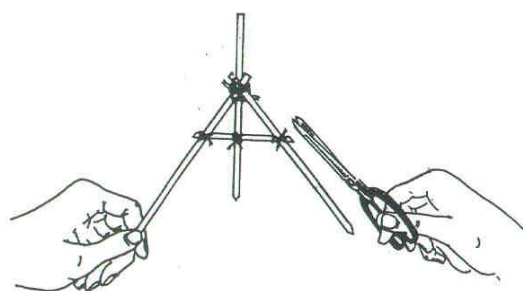
7. 將線穿過各角，再圍繞頂端綁數圈後，打一死結，得一箭頭形狀的竹片陀螺雛形。



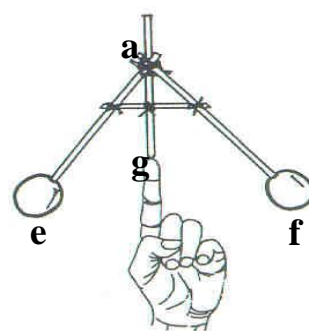
你儂我儂



8. 再取一段小竹片，剪成兩小段後分別放在箭頭陀螺錐形的上下，夾住箭頭如圖三，再用線綁緊 b、c、d 三個接點。
9. 用剪刀修剪多出來的線與竹片如圖四。要注意中間的支柱，不要綁得太緊，以利調整支柱的長短，用以改變支點與重心的相對位置。
10. 搓兩個油粘土（各重約 5 克），套牢於左右兩股竹片的末端如圖五，即可放在指尖上，或置於瓶蓋上轉動。這種竹片陀螺在轉動時，兩個小球彼此追隨，狀似（兩個）小孩，盡興（無猜）遊戲，轉圈圈，（日月相隨）。



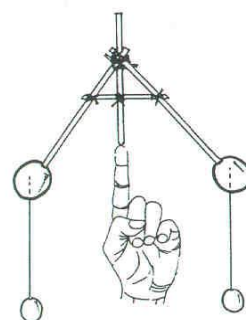
圖四



圖五

想一想

1. 若改變中間的支柱（旋轉軸） ag 的長度，對轉動會有什麼影響？
2. 若改變兩股的夾角 eaf 的大小，對轉動會有什麼影響？



活動二的轉動軸（旋轉軸）可以使用筷子、鉛筆、原子筆或原子筆的筆芯與竹筷。羅漢陀螺的製作方法與竹片陀螺的製法相似，因此本節只略述用於活動二的兩個陀螺的轉動軸。其目的是在於盡量減少因摩擦的損耗與增強支點的耐摩性，使得轉動可以持久。要達到此一目的，筆者曾試了幾種方式，認為採用竹筷的末端箝入原子筆的筆芯所得的轉動軸最適用。以下簡介其製作方法：

1. 取一支竹筷，剪成約 8~15 公分長（長短視實際需要而定）。
2. 從頂端一公分處劃一斜線（約 40 度角）如圖一，而離末端處約 1 公分處劃一線後，將其間的竹筷削成比較薄的片狀。此一片狀的反面同樣削成片狀，如圖二的側面圖，中間部分的薄片，厚度約 0.1~0.3 公分，視實際需要而定。



3. 末端處用鑽子鑽一小孔道後，將原子筆的筆芯頭箝入。
4. 頂端處用美工刀挖一個凹處，以便疊羅漢時，承受頂上的竹片陀螺。